

*Tíz érménk van melyek tömege rendre 1, 2, 3, ... 10 gramm. Mindegyik érme mellé egy-egy cédulát tettek, amely mutatja az érme tömegét. Sajnos két, egymástól 1 g-mal eltérő tömegű érme céduláit felcserélték. Meg lehet-e találni ezt a két érmét egy kétkarú mérleg kétszeri alkalmazásával, súlyok használata nélkül?*

**Megoldás.** Amikor egy kétkarú mérleggel mérünk 3-féle eredmény lehetséges, hogy jobb vagy bal felé billen el a mérleg, vagy hogy egyensúlyba kerül. Mivel 9-féleképpen cserélhették fel a cédulákat, és két méréssel valóban akár  $3 \cdot 3 = 9$ -féle esetet meg bíránk különböztetni, ezért sejtjük, hogy létezik megfelelő mérési módszer. Ez a sejtés igaz.

Első mérésenként például rakjuk fel az első serpenyőbe a 2-es és 6-os címkéjű, a második serpenyőbe a 3-assal és 5-össel címkézett érmét. Könnyen átgondolható, hogy

- a) Ha nem billen el, akkor a 7-8, 8-9, vagy 9-10 cédulák,
- b) Ha a 3+5 felé billen el, akkor az 1-2, 3-4, 5-6 cédulák,
- c) Ha a 2+6 felé billen el, akkor a 2-3, 4-5, 6-7 cédulák lehetnek felcserélve.

A befejezés innen könnyű, mert már ismerünk több helyesen cédulázott érmét. A befejező mérés az egyes esetekben legyen (az érméket céduláikkal jelölve):

- a)  $8+9$  és  $1+2+3+5+6$ ,
- b)  $4+5$  és  $9$ ,
- c)  $5+6$  és  $1+10$ .

Ezek azért fognak működni, mert egyik oldalon már ismert súly van, és attól függően, hogy melyik két cédula lett felcserélve, a mérleg ismeretlen tömegű oldalának tömege nagyobb vagy kisebb lesz, esetleg az ismert súllyal egyenlő lesz.

Tehát a kívánt mérés elvégezhető.