

T. 258

Bizonyos egész számokat jónak nevezünk. Ismeretes, hogy az 1000 jó szám, és hogy ha $53x + 54y$ jó szám, akkor $54x + 53y$ is az (x és y tetszőleges egész számok). Bizonyítsd be, hogy 1996 is jó szám!

Megoldás. Oldjuk meg az $53x + 54y = 1000$, $54x + 53y = 1996$ egyenletrendszert! Az első egyenletet a másodikból kivonva kapjuk, hogy $x - y = 996$, azaz $x = y + 996$. Behelyettesítve az elsőbe: $53(996+y) + 54y = 1000$, $52788 + 53y + 54y = 1000$, $107y = -51788$, $y = -484$, $x = 996 + y = 512$. Megfordítva: ha $y = -484$ és $x = 512$, akkor $x - y = 996$ és $53x + 54y = 1000$, ezért $54x + 53y = 1996$, vagyis a kapott megoldás valóban megfelelő. Ebből azonnal adódik, hogy ha 1000 jó szám, akkor 1996 is az.