

Kardos Gyula Matematika Verseny

10. osztály

2015. február 11.

1, Mutassuk meg, hogy két egymás utáni páratlan prím összege legalább három (nem feltétlenül különböző) prím szorzata.

2, Igazoljuk, hogy ha p és $8p^2 + 1$ prímszámok, akkor $8p^2 + 2p + 1$ is prímszám.

3, Igaz-e, hogy minden $x^2 + 2y^2$ formában felírható páratlan prímszám $(x, y$ egész számok) nyolccal osztva 1 vagy 3 maradékot ad?

4, Bizonyítsuk be, hogy a magasságpontos tetraédernél bármely csúcshoz tartozó magasság talppontja a csúcscsal szemközti lap magasságpontjával esik egybe.

5, Egy tetraéder öt éle egységnyi. Mekkora a hatodik él, hogy a tetraéder felszíne maximális legyen?

6, Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéder súlypontja és beírt gömbjének középpontja egybeesik, akkor egyenlő oldalú a tetraéder.