

Szakköri feladatok
Kombinatorikus geometria

- 1, Egy kör kerületén 2 millió pont van úgy, hogy semelyik kettő sincs egy átmérőn. Bizonyítsuk be, hogy akkor van olyan átmérő, amelynek mindkét oldalán 1 millió pont van.
- 2, Adott a síkon n pont ($n > 3$), semelyik három nincs egy egyenesen. Lehet-e mindig olyan kört találni, amely legalább három adott ponton átmegy és a belsejében egyiket se tartalmazza?
- 3, Adott a síkon n darab piros és n darab kék pont úgy, hogy semelyik három nem esik egy egyenesre. Bizonyítsuk be, hogy össze lehet kötni a pontokat n darab szakasszal úgy, hogy mindegyik szakasz végpontjai különböző színűek legyenek, és bármely két szakasznak ne legyen közös pontja.
- 4, Adott a síkon véges sok piros és fekete pont úgy, hogy közülük semelyik három nincs egy egyenesen, és bármelyik négy pont közül a pirosak elválaszthatók egy egyenessel a feketéktől. Bizonyítsuk be, hogy akkor van olyan egyenes a síkon, amely az összes piros pontot elválasztja az összes fekete ponttól.
- 5, Adott a síkon 4000 pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesbe. Bizonyítsuk be, hogy szerkeszthető 1000 egymást nem metsző négyszög, amelynek az adott pontok a csúcsai.
- 6, Adott a síkon öt pont, semelyik három nem esik egy egyenesbe. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható közülük négy pont, amelyek konvex négyszöget határoznak meg.
- 7, Adott a síkon 9 pont, semelyik három nem esik egy egyenesbe. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható közülük öt pont, amelyek konvex ötszöget határoznak meg.
- 8, A sík adott n egyenese közül semelyik kettő nem párhuzamos. Bármely kettő metszéspontján átmegy még legalább egy további egyenes. Igazoljuk, hogy az összes egyenes egy ponton megy át.
- 9, Adott a síkon n pont úgy, hogy bármely kettőn átfektetett egyenesen van még legalább egy az adott pontok közül. Bizonyítsuk be, hogy az összes pont egy egyenesen van.
- 10, Mutassuk meg, hogy egy korlátos síkidom két egyenlő területű részre osztható
 - a.) adott irányú;
 - b.) adott ponton átmenőegyenessel. Igaz ez a kerületre is?
- 11, Mutassuk meg, hogy az ellipszis belsejében tetszőlegesen felvett P ponton keresztül húzható olyan húr, amelyet P felez.
- 12, Adott a síkon öt pont, közülük semelyik három nem esik egy egyenesbe. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható közülük három olyan pont, amelyek egy tompaszögű háromszög csúcsai.
- 13, Adott a síkon 5000 pont, melyek közül egyik három sincs egy egyenesen. Mutassuk meg, hogy van 1000 olyan konvex négyszög, melyek csúcsai ezek közül a pontok közül valók, és a négyszögeknek nincs közös pontjuk.
- 14, Legfeljebb hány részre osztja a síkot 4 darab kör?