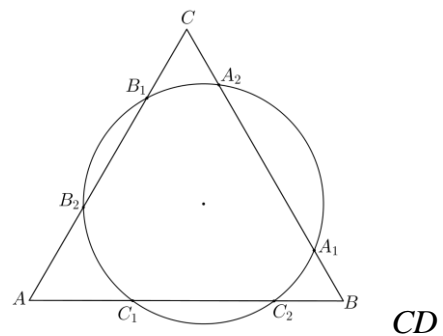


Szakköri feladatok
11. osztály
Síkgeometria

1. Egy téglalap alakú papírlapból kivágunk két, egyenlő sugarú körlapot. Létezik-e olyan egyenes, amely két egyenlő területű részre bontja a megmaradt papírt?
2. Egy konvex hatszög szemközti oldalainak felezési pontjait összekötő három egyenes mindegyike felezi a hatszög területét. Mutassuk meg, hogy a három egyenes egy pontra illeszkedik.
3. Az ABC háromszögben a B csúcsnál lévő szög 120° , a belső szögfelezők pedig AA', BB', CC' .
Mekkora az $A'B'C'$ szög?

4. Az ABC szabályos háromszög oldalait egy kör két-két belső pontban metszi az ábra szerint. Igazoljuk, hogy

$$AC_1 + BA_1 + CB_1 = AB_2 + CA_2 + BC_2.$$



5. Adott az $ABCD$ paralelogramma, ahol $AB > BC$. Tekintsük az APQ háromszögek köré írt köreit, ahol P a BC , Q pedig a CD oldal pontja oly módon, hogy $CP = CQ$. Mutassuk meg, hogy ezeknek a köröknek az A ponton kívül van még egy közös pontja.

6. Igazoljuk, hogy egy egységnyi kerületű sokszöglap lefedhető egy $\frac{1}{4}$ sugarú körlappal.

7. Egy háromszög olyan, hogy a belső szögfelezők hosszának összege egyenlő a súlyvonalak hosszának összegével. Igazoljuk, hogy a háromszög szabályos.

8. Az $ABCD$ négyzet köré írt körén adott a P és Q pont úgy, hogy $\angle PAQ = 45^\circ$, továbbá AP és BC metszi egymást az M , míg AQ és CD az N pontban. Mutassuk meg, hogy PQ és MN szakaszok párhuzamosak.

9. Az ABC hegyesszögű háromszög legkisebb szöge $\angle BAC = 45^\circ$. Jelölje D az AC oldalhoz tartozó magasság talppontját, F pedig az AB oldal felezési pontját. A BCD háromszög beírt körének középpontja legyen O , a kör az E pontban érinti a BD magasságot. Igazoljuk, hogy az OC egyenes párhuzamos az EF egyenessel.

10. Az $ABCDEF$ konvex hatszög szemközti oldalpárjai párhuzamosak egymással, továbbá az AD, BE és CF átlók egyenlő hosszúak. Bizonyítsuk be, hogy a hatszög köré kör írható.

11. Egy négyszög egyszerre húr- illetve érintőnégyszög. Igazoljuk, hogy a beírt kör szemközti érintési pontjait összekötő szakaszok merőlegesek egymásra.

12. Egy kör belsejében lévő P ponton átmenő három egyenes páronként 60° -os szöget zár be egymással. Az egyeneseknek a körrel vett metszéspontjai legyenek az ábra szerint $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$. Igazoljuk, hogy

$$PA_1 + PC_1 + PB_2 = PB_1 + PA_2 + PC_2.$$

