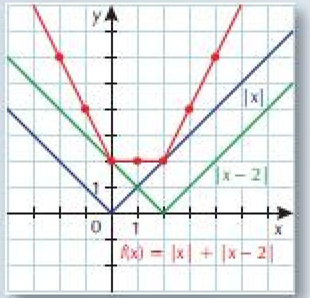
Érthető matematika tankönyv, 9. o, 174. oldal:

t szint **3. példa**

Számítsuk ki a számoknak a 0-tól és a 2-től mért távolságának összegét! Ábrázoljuk ezt a függvényt!

Megoldások



Első megoldás:

Az előző feladat alapján az $|x|$ és az $|x-2|$ függvények összegét kell vennünk. Tehát:

$f(x) = |x| + |x-2|$.

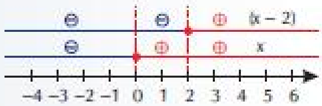
Táblázat segítségével felvázoljuk a grafikont.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$\lvert x\rvert$	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$\lvert x-2\rvert$	5	4	3	2	1	0	1	2	3
$f(x)$	8	6	4	2	2	2	4	6	8

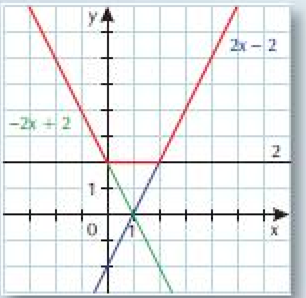
Második megoldás:

$|x| = \begin{cases} x, & \text{ha } x \ge 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$, és $|x-2| = \begin{cases} x-2, & \text{ha } x-2 \ge 0, \text{ vagyis } x \ge 2 \\ -x+2, & \text{ha } x-2 < 0, \text{ vagyis } x < 2 \end{cases}$, ezért három esetet kell megkülönböztetni.

Az első eset, amikor mindkét abszolút értéken belül nemnegatív szám áll.
Ez azt jelenti, hogy ($x \ge 0$ és $x \ge 2$) $\Rightarrow x \ge 2$.
Ebben az esetben $|x| + |x-2| = x + (x-2) = x + x - 2 = 2x - 2$.



Második eset, ha($x \ge 0$ és $x < 2$) $\Rightarrow 0 \le x < 2$. Az első abszolútértéken belül pozitív, a másodikon belül pedig negatív szám áll.
Itt $|x| + |x-2| = x + (-(x-2)) = x - x + 2 = 2$.



Harmadik eset, ha negatív szám áll mindkét abszolút értéken belül.
($x < 0$ és $x < 2$) $\Rightarrow x < 0$, akkor
$|x| + |x-2| = -x + (-(x-2)) = -x - x + 2 = -2x + 2$.

Összefoglalva:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+2, & \text{ha } x < 0; \\ 2, & \text{ha } 0 \le x < 2; \\ 2x-2, & \text{ha } 2 \le x. \end{cases}$$

Ennek alapján megrajzoljuk a megfelelő intervallumokon a függvényeket.

Harmadik megoldás:

Ha tudjuk azt, hogy a lineáris függvények összeadásánál a meredekség összeadódik, akkor egy egyszerű megoldást kapunk.

Ha $x < 0$, akkor két −1 meredekségű függvényt kell összeadnunk. Tehát egy −2 meredekségű függvényt kapunk.

Ha $0 \le x < 2$, akkor $-1 + 1 = 0$, vagyis egy konstans lesz a két meredekség összege. Tehát egy konstans függvényt kapunk.

Ha viszont $2 \le x$, akkor $1 + 1 = 2$ lesz a meredekség.

Ezután az $x = 0$-nál és $x = 2$-nél kell kiszámolni a függvény értékét.

Elemezzük egy kicsit ezt a megoldást! Láthatjuk, hogy a két ponttól mért távolság összege a két pontot összekötő szakaszon mindig ugyanannyi, éppen a két pont távolsága. A két ponton kívül pedig ennél nagyobb.